

Das virale Mathe-Problem

$$8 \div 2(2+2)$$

Erinnern Sie sich noch an den letzten Sommer, als diese Rechnung zum echten Sommerlochhit auf Facebook wurde? Und zwar sowohl für Mathematiker:innen als auch für solche, die es nie werden wollten?

„1“ riefen oder schrieben die einen als richtige Lösung, „16“ die anderen, und keine Seite sparte mit sommerlich hitzigen Erklärungen.

Nutzen wir die Herbstkühle zu einer etwas gelasseneren Betrachtung dieser kleinen Rechnung.

- » Zunächst wissen wir, dass das Malzeichen z.B. in $a \cdot b$ weggelassen werden kann, was Schüler:innen oft zu der beinahe „optischen Täuschung“ führt, dass ab gewissermaßen zusammengehört.

Für unsere kleine Betrachtung setzen wir das Malzeichen also ausnahmsweise, um diese Täuschung auszuschließen: $8 \div 2 \cdot (2+2)$

- » Nun rechnen wir zunächst die Klammer aus und erhalten: $8 \div 2 \cdot 4$

An diesem Punkt scheiden sich häufig die Geister, die heute gängige Lehrmeinung ist aber, ganz einfach von links nach rechts zu rechnen. Das Assoziativgesetz kann hier keine Anwendung finden, da dieses ja nur für die Multiplikation, aber nicht für die Division gilt.

- » Wir rechnen also zunächst $8 \div 2$ und das Ergebnis dieser Rechnung, es ist natürlich 4 , multiplizieren wir mit 4 , dem Ergebnis der Klammer. So erhalten wir schlussendlich als Lösung:

$$16$$



Sehen wir uns nun genauer an, welche Unsicherheiten es bei dieser Rechnung geben kann.

- » Manche sind versucht, bei $8 \div 2 \cdot 4$ zuerst das rechtsstehende $2 \cdot 4$ auszurechnen, was die „Lösung“ 1 ergibt. Hierfür hätte $2 \cdot 4$ aber eingeklammert sein müssen, das heißt, die Rechnung hätte eigentlich so aussehen müssen: $8 \div (2 \cdot 4)$.
- » Hätten wir die Klammer nicht bereits ausgerechnet, ergäbe sich folgendes, noch etwas kompliziertere Bild: $8 \div [2 \cdot (2+2)]$. Diese Klammern gibt es aber in unserer Angabe nicht.
- » Interessant ist das Aufschreiben der Rechnung mit Bruchstrich. Für Schüler:innen ist es oft verführerisch, den Bruchstrich zu schreiben und alles folgende darunter. Wir kennen den beliebten Fehler, zum Beispiel $\frac{8}{2} \cdot 4$ mit $\frac{8}{2 \cdot 4}$ zu verwechseln.

In unserem Beispiel mag es also verlockend sein, zweiteres zu schreiben und so die (falsche) Lösung 1 zu erhalten. Aber auch für diesen Lösungsweg hätte $2 \cdot 4$ bzw. ursprünglich $2 \cdot (2+2)$ eingeklammert sein müssen: also $(2 \cdot 4)$ bzw. $[2 \cdot (2+2)]$.

- » Übrigens ist einer der häufigsten Kommentare in Internet-Diskussionen der Hinweis auf die sogenannte **PEMDAS-Regel** bzw. deren verkürzte Fassung „Punktrechnung vor Strichrechnung“.

Sobald wir die Klammer ausgerechnet haben und bei $8 \div 2 \cdot 4$ angelangt sind, gibt es allerdings keine Strichrechnung mehr, sondern nur noch Division und Multiplikation, also Punktrechnungen gleicher Priorität.

Die Frage ist nun noch, welche zuerst auszuführen ist. Und es mag nicht immer so gewesen sein, aber die heutige Gepflogenheit lautet „von links nach rechts“, weshalb auch moderne Taschenrechner das Ergebnis **16** liefern.

❓ **Warum also plädieren auch gute Mathematiker:innen für Lösung 1 bzw. empfinden diese zumindest als lässlichen Fehler?**

- » Denken wir doch einfach an den Satz: „Ich habe einen Mann mit einem Fernglas gesehen.“
Konnte ich den Mann von weitem beobachten, weil ich ein Fernglas zur Hand hatte? Oder habe ich einen Mann gesehen, der ein Fernglas besaß?
Genau in dieser Ungenauigkeit der Formulierung liegt die Fehlerquelle.

Die Begrenztheit früherer Schreibmaschinentastaturen machte es üblich, den Bruchstrich als Schrägstrich zu schreiben. Die Schreibweisen $\frac{8}{2} \cdot 4$ und $\frac{8}{2 \cdot 4}$ sind ja eindeutig, nur was macht man mit dem Schrägstrich / in unserer Rechnung $8/2(2+2)$?

Aus Gründen der einfacheren Notierung könnte man versucht sein, zu vereinbaren, dass der Schrägstrich den Term gewissermaßen teilt, und so würde man $8/2 \cdot (2+2)$ als $\frac{8}{2 \cdot 4}$ interpretieren. Tatsächlich gibt es auch alte Lehrbücher, in denen das genau so gemacht und also der Schrägstrich anstatt des Bruchstrichs verwendet wurde. Auf heutigen Tastaturen wird jedoch der Doppelpunkt durch den Schrägstrich oder durch \div ersetzt.

😊 **Fassen wir also noch einmal zusammen, wie man zur „Lösung“ 1 kommt:**

- » Man ersetze in unserer Rechnung den Doppelpunkt nach *neuer* Gepflogenheit durch den Querstrich und ersetze dann nach alter Gepflogenheit den Querstrich durch einen Bruchstrich. So erhält man für $8:2 \cdot 4$ tatsächlich den Bruch $\frac{8}{2 \cdot 4}$.
Das erinnert allerdings ein bisschen an den Witz:

Keine Katze hat zwei Schwänze.

Eine Katze hat einen Schwanz mehr als keine Katze ... also drei Schwänze.

In diesem Sinne gibt es einen einzig wirklich logischen Schluss aus diesem Mathematik-Beispiel: So eine Angabe schreibt man als wohlherzogene:r Mathematiker:in einfach nicht!

Zum Aufschreiben dieser Rechnung sollte man einen Bruchstrich verwenden, um zweifelsfrei zu schreiben. Und es sei tröstlich angemerkt für alle, die zum Ergebnis **1** gekommen sind: Sie sind nicht an einem tiefgreifenden mathematischen Problem gescheitert, sondern an Konventionen, also an Schreibweisen und gängigen Interpretationen dieser Schreibweisen.

Zusatzinfo: Was ist die PEMDAS-Regel?

Das ist eine Merkhilfe für englischsprachige Lernende, die die Reihenfolge der Operationen ordnet. PEMDAS steht dabei für Parentheses, Exponents, Multiplication and Division, Addition and Subtraction. (Eine heitere Merkhilfe dafür lautet „Please Excuse My Dear Aunt Sally“.)

Auszuführen sind also der Reihe nach:

1. Klammern
1. Exponenten
2. Multiplikation und Division, die gewissermaßen zusammengehören, diese Operatoren haben den gleichen Rang.
3. Addition und Subtraktion, die ebenfalls den gleichen Rang haben.